Київський національний університет імені Тараса Шевченка

факультет комп’ютерних наук та кібернетики

кафедра інформаційних систем

Лабораторна робота №5

Алгоритм Штрассена

Виконав студент 2 курсу

Групи К-29

Аксой Денис Гюралпович

2018

Постановка задачі

Реалізувати алгоритм Штрассена для множення матриць. На практиці алгоритм починає застосовуватися для матриць такого розміру, коли з'являється виграш порівняно з класичним способом на основі означення, який використовується для матриць меншого розміру. Встановити експериментально цю "точку перетину" для свого комп'ютера.

Опис алгоритму

Нехай A, B — дві квадратні матриці над кільцем R. Ми можемо обчислити матрицю C, як C = AB. Якщо матриці A, B не розмірності 2^n на 2^n заповнюємо відсутні рядки і стовпці нулями.

Розділимо матриці A,B і C на рівні за розміром блочні матриці:

*, .*

Визначаємо нові матриці

p1 = (a11 + a22) (b11 + b22);

p2 = (a21 + a22) b11;

p3 = a11 (b12 - b22);

p4 = a22 (b21 - b11);

p5 = (a11 + a12) b22;

p6 = (a21 - a11) (b11 + b12);

p7 = (a12 - a22) (b21 + b22)

тільки за допомогою 7 множень (одне для кожного pk) замість 8. Тепер ми можемо виразити cij через pk наступним чином:

c11 = p1 + p4 - p5 + p7;

c12 = p3 + p5;

c21 = p2 + p4;

c22 = p1 - p2 + p3 + p6.

Ми повторюємо рекурсивний процес ділення n доти, доки розмір матриць cij не стане досить малим, далі використовуємо звичайний метод множення матриць.

Складність алгоритму T(n) = O(n ^ ) O(n ^ 2.8074).

Інтерфейс

Назва вхідного файлу вводиться з клавіатури. Тут вважається, що найменший розмір матриці, при якому виконується звичайне множення дорівнює 2 x 2.

**Вхідні дані:** Три натуральні числа n, m, k – кількість рядків матриці a, кількість стовпців матриці a та кількість рядків b, кількість стовпців матриці b відповідно. Далі n рядків по m чисел – матриця a, та m рядків по k чисел – матриця b.

**Вихідні дані:** Дві матриці обчисленні за допомогою алгоритма Штрассена та наївного алгоритму відповідно, а також рядок “Correct” – якщо вони рівні, “Incorrect” - інакше.

Тести

Вхідні дані 1:

2 4 3

1 2 3 -4

-4 3 2 1

-1 4 -1

-2 -3 -2

-3 -2 -3

4 -1 4

Вихідні дані 1:

Strassen algorithm:

-30 -4 -30

-4 -30 -4

Trivial algorithm:

-30 -4 -30

-4 -30 -4

Correct

Тестування на швидкість

Для кожної заданої пари чисел tn і ts, де tn – розмір матриці, що є степенем двійки, ts – мінімальний розмір матриці, при якому виконується звичайне множення згенеруємо дві матриці даного розміру, виконаємо їх множення за допомогою обох алгоритмів та порівняємо час. Отримаємо наступну таблицю:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| tn | ts | Штрассена(с) | Тривіальний(с) | Відношення |
| 32 | 16 | 0.3676 | 0.0238 | 15.4179 |
| 64 | 32 | 0.6943 | 0.0516 | 13.4517 |
| 128 | 32 | 6.0802 | 0.1182 | 51.4368 |
| 128 | 64 | 1.3926 | 0.1193 | 11.6780 |
| 256 | 128 | 2.9363 | 0.4231 | 6.9400 |

При даній реалізації та на даній обчислювальній машині не вдалося перевірити випадки для tn >= 512, через переповнення стека, адже алгоритм Штрассена потребує багато додаткової пам’яті. Проте все ж можна побачити тенденцію до покращення швидкості роботи алгоритма Штрассена відносно тривіального алгоритму при збільшенні tn.